Abitur 2008 Mathematik GK Geometrie Aufgabe B2

Gegeben sind die Punkte A(0|-4|0), B(6|8|4) und C(-3|4|5).

Teilaufgabe 1. (8 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der durch A, B und C festgelegten Ebene E in Parameter-und Koordinatenform und dokumentieren Sie Ihren Lösungsweg.

[zur Kontrolle:
$$E: 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 12$$
]

Teilaufgabe 2. (6 BE)

Zeigen Sie, dass die Ebene F mit der Gleichung $6x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 8$ die Gerade durch A und B enthält.

Die beiden Gleichungen aus den Aufgaben 1 und 2 werden mit einer dritten Gleichung, die einen Parameter $k \in \mathbb{R}$ enthält, zu einem linearen Gleichungssystem ergänzt.

- $(1) \ 2x_1 3x_2 + 6x_3 = 12$
- $(2) 6x_1 2x_2 3x_3 = 8$
- (3) $kx_1 5x_2 + 3x_3 = 28 k$

Teilaufgabe 3.1 (9 BE)

Die Koordinaten des Punktes $P\left(-1 \mid -6 \mid -\frac{2}{3}\right)$ erfüllen die Gleichungen (1) und (2). Zeigen Sie, dass dies auch für Gleichung (3) gilt.

Teilaufgabe 3.2

Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem für k=8 unterbestimmt ist, und bestimmen Sie die Lösungsmenge für diesen Fall (k=8).

Teilaufgabe 4. (7 BE)

Deuten Sie die algebraischen Eigenschaften aus den Aufgaben 3.1 und 3.2 geometrisch.